

# Séance 1

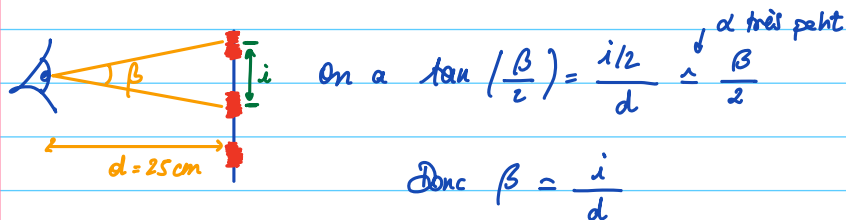
## optique ondulatoire et électromagnétisme

### 004 - Observation de franges d'interférence

1) Cours: franges rectilignes, parallèles aux fentes

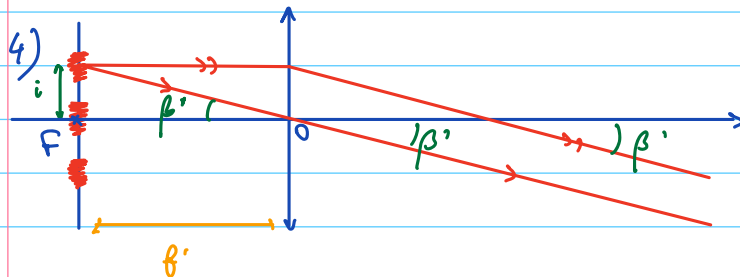
2) Cours:  $\mathcal{E}(z) = \mathcal{E}_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{bz}{d}\right) \right)$

3) Au plus proche, l'œil voit à 25 cm (punctum proximum)



or  $i = \frac{\lambda D}{b}$  donc  $\beta = \frac{\lambda D}{bd} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,68' < 1' = \alpha$

la résolution angulaire étant de  $1'$ , l'œil nu ne voit pas les franges.



Pour voir les franges, il faut  $\beta' > \alpha$  (résolution angulaire)

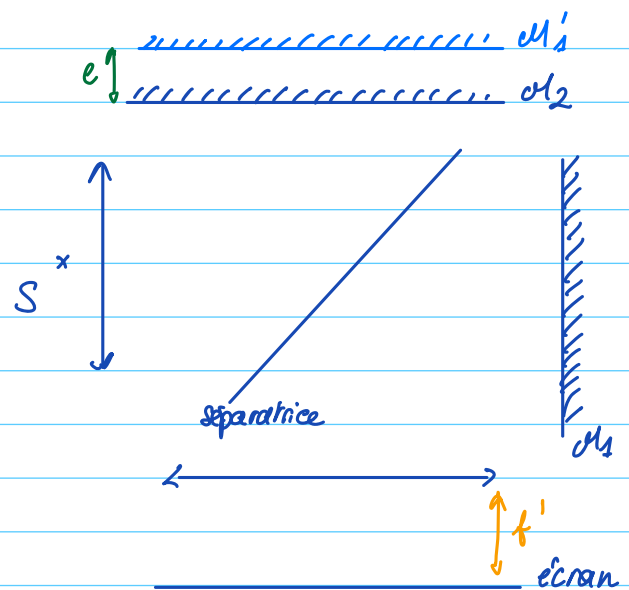
or  $\tan \beta' = \frac{i}{f'} = \beta'$  (dans les conditions de Gauss)

Il faut donc  $\frac{i}{f'} > \alpha$  ie  $f' < \frac{i}{\alpha} = \underline{16,7 \text{ cm}}$

## 002 - Interferomètre de Michelson

### 1) Cours

- On conjugue la source avec le plan des miroirs pour un éclairage optimal.
- On observe à l'infini : sur un écran dans le plan focal d'une lentille en sortie.
- La figure d'interférence est un ensemble de cercles centrés en  $f'$ .



En  $f'$ , on a  $i=0$ , donc  $\delta(f') = 2e$

2) D'après la formule de Fresnel, on a :

$$I(t) = 2E_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2e \right) \right) = 2E_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi e(t)}{\lambda} \right) \right)$$

or  $e(t) = e(0) + v \cdot t$  avec  $e(0)$  la distance  $e$  à  $t=0$   
 et  $v$  la vitesse du moteur de chariotage.

$$\text{Donc } I(t) = 2E_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi v}{\lambda_0} t + \frac{4\pi e(0)}{\lambda_0} \right) \right)$$

On a donc un éclairement de période temporelle  $T = \frac{\lambda_0}{2v}$

On compte 30 périodes sur une durée  $\Delta t = 4 \times 2,7 \text{ s} = 10 \text{ s}$  (4 carreaux)

Donc  $T = 0,33 \text{ s}$  et  $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$

💡 on n'hésite pas à expliquer qu'on prend les carreaux sur lesquels  $I(t)$  a la + grde amplitude et c'est là que la formule est la + juste car on peut davantage faire comme si la source était monochromatique.

3) On constate que l'amplitude de l'intensité lumineuse diminue lorsqu'on s'éloigne du contact optique : cela confirme la non-monochromaticité de la source.

On a  $\Delta \lambda = \frac{\lambda_0^2}{L_c}$  avec  $\Delta \lambda$  la largeur spectrale de la source et  $L_c$  sa longueur de cohérence.

Par ailleurs, on sait qu'on a perte de contraste quand  $\delta \approx L_c$   
Ici, on a perte de contraste à 7 canaux en partant de contact optique.

$$\text{Donc } \delta_{\text{perte contraste}} = 2 \times \nu \times 7 \times 2,17 = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{On a donc } \Delta l = \frac{(555 \cdot 10^{-9})^2}{2,9 \cdot 10^{-5}} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m} = \underline{10 \text{ nm}}$$

Autre option: on a Stroullage quand la différence d'ordre d'interférence vaut  $1/2$  entre le centre de la roue et l'extrémité:

$$\Delta p = \frac{\delta}{d_0} - \frac{\delta}{d_0 + \frac{\Delta l}{2}} = \frac{2e(d_0 + \frac{\Delta l}{2} - d_0)}{(d_0 + \frac{\Delta l}{2})d_0} \approx \frac{2e \Delta l}{2 d_0^2} = \frac{e \Delta l}{d_0^2}$$

On a Stroullage pour  $e_3 = \nu \times 7 \times 2,17 = 1,47 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ,

$$\text{Donc } \frac{1}{2} = \frac{e_3 \Delta l}{d_0^2} \quad \text{ie} \quad \Delta l = \frac{d_0^2}{2e_3} = \underline{10 \text{ nm}}$$

## EN1 - Jauge de niveau

1) TD  $\vec{E} = -\frac{Q}{2\pi r h \epsilon_0} \vec{u}_r$  (ou  $\oplus$  selon hyp faite)

2) TD  $U = U_2 - U_1 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 h} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

3)  $Q = CU \Rightarrow C = \frac{2\pi \epsilon_0 h}{\ln(R_2/R_1)}$

4) On a 2 condensateurs :  
l'un avec l'air comme isolant  
l'autre avec le pétrole.

Ils ont la même différence de potentiels à leurs extrémités (même tubes métalliques)

Ils sont donc en parallèle :  $C_{\text{tot}} = C_{\text{air}} + C_{\text{pétrole}}$

$$C_{\text{tot}} = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{2a}\right)} \left[ (H-h) + \epsilon_{\text{pétrole}} h \right]$$

5)  $C_{\text{tot}} = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln(D/2a)} (H + (\epsilon_{\text{pétrole}} - 1)h) = A + Bh$

avec  $A = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln(D/2a)} H$  et  $B = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln(D/2a)} (\epsilon_{\text{pétrole}} - 1)$

$C_{\text{tot}}$  dépend linéairement du niveau.

6) Il faudrait de l'eau très pure (car sinon conductrice)

Mais sinon, ce serait même mieux qu'avec du pétrole (car la perte est + importante  $\Rightarrow$  + précises)

## EN2 - Oscillateur de Laplace

1) Si le ressort est décalé de sa position d'équilibre, il subira d'une part une force de rappel du ressort mais aussi une force de Laplace freinante (tendant à s'opposer au mouvement qui lui donne naissance). En effet, le flux de  $\vec{B}$  varie si la tige bouge, il y a donc phénomène d'induction.

2) a) On va utiliser la loi de Faraday :

$$e_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

le circuit est équivalent à



Donc

$$e_{\text{ind}} = Ri$$

ou

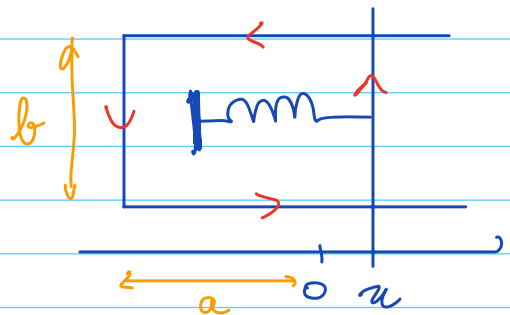
$$i = \frac{e_{\text{ind}}}{R}$$

On a  $\Phi = B_0 \vec{e}_z \cdot b(a+x) \vec{e}_z$   
 $= B_0 b(a+x)$

Donc  $e_{\text{ind}} = - B_0 b \dot{x}$

et

$$i = - \frac{B_0 b}{R} \dot{x}$$



b) On considère la tige. Elle est soumise à :

\* son poids

\* la force de rappel du ressort  $\vec{F}_{\text{ressort}} = -kx \vec{e}_x$

\* la force de Laplace  $\vec{F}_{\text{cap}} = i b \vec{e}_y \wedge B_0 \vec{e}_z = i b B_0 \vec{e}_x$

On applique le PFD :

$$m \ddot{x} = -kx + i b B_0 = -kx - \frac{(B_0 b)^2}{R} \dot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{(B_0 b)^2}{mR} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

On peut poser  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  et  $\tau = \frac{mR}{(B_0 b)^2}$

3) Eqn caractéristique:  $\lambda^2 + \frac{\lambda}{\tau} + \omega_0^2 = 0$

Pseudo-périodique  $\Leftrightarrow \Delta < 0$   
 $\frac{1}{\tau^2} - 4\omega_0^2 < 0$

$$\frac{1}{\tau^2} < 4\omega_0^2 \quad \& \quad \boxed{\tau\omega_0 > \frac{1}{2}}$$

Posons  $\Omega = \tau\omega_0$ , on a

$$x(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2\Omega} t} (A \cos(\Omega t) + B \sin \Omega t) \quad \Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4\Omega^2}}$$

et on a  $\begin{cases} x(0) = x_0 \Rightarrow A = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \Rightarrow B = 0 \end{cases}$

$$\boxed{x(t) = x_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2\Omega}} \cos(\Omega t)}$$

4)  $\mathcal{P}_{\text{cap}} = \vec{F}_{\text{cap}} \cdot \vec{v} = ibB_0 \vec{e}_x \cdot \dot{x} \vec{e}_x = -\frac{(B_0 b)^2}{R} \dot{x}^2 < 0$   
(résistant)

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{ind}} &= e_{\text{ind}} \dot{x} = -B_0 b \dot{x} \times \left(-\frac{B_0 b}{R} \dot{x}\right) \\ &= \frac{(B_0 b)^2}{R} \dot{x}^2 > 0 \end{aligned}$$

On a bien  $\mathcal{P}_{\text{cap}} + \mathcal{P}_{\text{ind}} = 0$  couplage!

## Exercice 3 - Flocculation d'une suspension colloïdale

1) Le rayon d'une particule colloïdale est de  $10^{-8}$  m à  $10^{-6}$  m, ce qui est très grand devant le rayon d'un ion ( $\sim$  de l'ordre de celui d'un atome) à  $10^{-10}$  m. On peut donc considérer les ions comme ponctuels.

💡 Pour justifier qu'on néglige quelque chose (ici l'extension spatiale des ions), il faut toujours faire une comparaison pour montrer devant quoi on peut négliger cette grandeur.

$$2) \text{ On a } f(r) = +ze N_+(r) - ze N_-(r) = ze N_0 \left( e^{-\frac{zeV(r)}{k_B T}} - e^{\frac{zeV(r)}{k_B T}} \right)$$

d'énoncé donne  $|zeV(r)| \ll k_B T$  💡 Dès qu'il y a un « ou » dans un énoncé, il y a TRÈS souvent un DL à faire.

$$\text{On a donc } e^{\pm \frac{zeV(r)}{k_B T}} \approx 1 \pm \frac{zeV(r)}{k_B T}$$

$$\text{or } f(r) = ze N_0 \left( 1 - \frac{zeV(r)}{k_B T} - \left( 1 + \frac{zeV(r)}{k_B T} \right) \right) = - \frac{2z^2 e^2 N_0}{k_B T} V(r)$$

$$3) \text{ On a la loi de Poisson: } \Delta V = - \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{Donc ici } \frac{1}{r} \frac{d^2(rV)}{dr^2} = + \frac{2z^2 e^2 N_0}{\epsilon_0 k_B T} V(r).$$

$$\text{ie } \frac{d^2(rV)}{dr^2} - \frac{2z^2 e^2 N_0}{\epsilon_0 k_B T} rV = 0$$

En posant  $u = rV$ , on a  $\frac{d^2 u}{dr^2} - \frac{u}{\delta^2} = 0$  💡 On reconnaît une ED de même type que l'exercice de l'ailette (T3)  
et  $\delta = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{2z^2 e^2 N_0}}$

$$\text{On a le polynôme caractéristique: } r^2 - \frac{1}{\delta^2} = 0 \text{ ce } r = \pm \frac{1}{\delta}$$

$$\text{On a donc } u(r) = A e^{-r/\delta} + B e^{+r/\delta}, \quad A, B \in \mathbb{R}$$

$$\text{Donc } V(r) = \frac{A}{r} e^{-r/\delta} + \frac{B}{r} e^{+r/\delta}$$

En choisissant le potentiel nul à l'infini, on a  $B = 0$

$$\text{On a donc } \boxed{V(r) = \frac{A}{r} e^{-r/\delta}}$$

4) On a  $\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dr} \vec{u}_r$

Donc  $E(r) = -\left(-\frac{A}{r^2} e^{-r/\delta} + -\frac{1}{\delta} \frac{A}{r} e^{-r/\delta}\right)$

$$E(r) = \frac{A}{r^2} \left(1 + \frac{r}{\delta}\right) e^{-r/\delta}$$

Appliquons le théorème de Gauss sur la particule colloïdale (sphère de centre O et de rayon R) :

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\frac{A}{R^2} \left(1 + \frac{R}{\delta}\right) e^{-R/\delta} \times 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Donc  $A = K = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(1 + \frac{R}{\delta}\right)} e^{R/\delta}$

Au final  $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{1 + r/\delta}{1 + R/\delta} e^{(R-r)/\delta}$

5) Plus on ajoute d'ions, plus  $N_0$  augmente, plus  $\delta$  diminue.  
Autrement dit, plus le champ électrique auquel est soumis le colloïde décroît rapidement (dans  $e^{-r/\delta}$ ).  
Ainsi, plus on ajoute d'ions, moins le champ est autour du colloïde en étalé : les autres colloïdes seront donc moins facilement repoussés, ce qui est favorable à la floculation.

## EN4 - Absorption par l'atmosphère

1) l'onde considérée est monochromatique, plane, progressive et polarisée rectilignement

$$\vec{E}(x,t) = E_0 e^{j(\omega t - kx)} \vec{u}_y$$

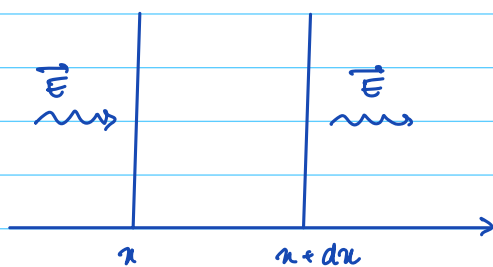
Pour une OPM, on a  $\vec{B} = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c} e^{j(\omega t - kx)} \vec{u}_z$

Enfin  $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0} \right) = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x$

ou  $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \leftarrow \text{en réel} = \frac{E_0^2}{c\mu_0} \cos^2(\omega t - kx) \vec{u}_x$

Donc  $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x$

2) Effectuons un bilan sur la tranche d'atmosphère entre  $x$  et  $x+dx$ :



En considérant qu'on est en régime permanent:

$$\sum P_{\text{entrant}} = \sum P_{\text{sortant}}$$

On a en  $x$  une puissance  $P_1$  entrante moyenne

$$P_1 = \iint \langle \vec{\Pi}(x) \rangle \cdot dS \vec{u}_x = \frac{E_0^2(x)}{2\mu_0 c} S$$

On a en  $x+dx$  une puissance  $P_2$  sortante  $S_2$  moyenne

$$P_2 = \iint \langle \vec{\Pi}(x) \rangle \cdot dS (-\vec{u}_x) = -\frac{E_0^2(x+dx)}{2\mu_0 c} S$$

On a en volumique dans la tranche une puissance  $P_3$  perdue (re-sortante)

$$P_3 = P \times V = P \times S \times dx = \alpha E_0^2(x) S dx$$

On a donc au final :  $\frac{E_0^2(x)}{2\mu_0 c} S - \frac{E_0^2(x+dx)}{2\mu_0 c} S = \alpha E_0^2(x) S dx$

$$\rho - \frac{1}{2\mu_0 c} \frac{dE_0^2}{dx} \times dx = \alpha E_0^2 dx$$

$$\frac{1}{2\mu_0 c} \frac{dE_0^2}{dx} + \alpha E_0^2 = 0$$

L'option :

On reconnaît une ED sur  $E_0^2$  :  $\frac{dE_0^2}{dx} + 2\mu_0 c \alpha E_0^2 = 0$

Poseons  $\frac{1}{l} = 2\mu_0 c \alpha$

On a alors  $\frac{d(E_0^2)}{dx} + \frac{E_0^2}{l} = 0$

ou) On a  $\frac{dE_0^2}{dx} = 2 E_0 \times \frac{dE_0}{dx}$ . Donc  ~~$\frac{dE_0}{dx}$~~  +  ~~$\mu_0 c \alpha E_0^2$~~  = 0

$$\frac{dE_0}{dx} + \mu_0 c \alpha E_0 = 0$$

On pose alors  $\frac{1}{l} = \mu_0 c \alpha$  et  $\frac{dE_0}{dx} + \frac{E_0}{l} = 0$ .

3) On a option ① :  $E_0^2(x) = A \exp\left(-\frac{x}{l}\right) = E_{\text{ Soleil}}^2 \exp(-2\mu_0 c \alpha x)$ .

option ② :  $E_0(x) = B \exp\left(-\frac{x}{l}\right) = E_{\text{ Soleil}} \exp(-\mu_0 c \alpha x)$

On notant  $E_{\text{ Soleil}}$  l'amplitude qui arrive au Soleil sur l'atmosphère.

Donc  $\vec{E} = E_{\text{ Soleil}} \exp(-\mu_0 c \alpha x) \exp(j(\omega t - kx)) \vec{u}_y$

4) Lorsque le Soleil se couche, la distance parcourue dans l'atmosphère est plus grande. L'onde est donc davantage atténuée et le Soleil peut donc être moins éblouissant.

Pour la couleur, il est possible que  $\alpha$  dépende de la longueur d'onde : certains seront donc plus ou moins atténués : la couleur perçue sera donc différente.