

DS physique

Conseils pour aborder le devoir

- La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- Si vous n'arrivez pas à démontrer un résultat dont vous avez besoin pour les questions suivantes, vous pouvez l'admettre, mais il faut bien le préciser sur votre copie

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISÉES

Durée du devoir : 4h

I - Méthodes de refroidissement

Des applications industrielles, comme la fabrication de batteries, réclament un environnement précisément contrôlé. En particulier, la température doit être finement régulée pour permettre un déroulement fiable des procédés.

Dans cette partie, deux dispositifs qui participent à cette régulation sont modélisés, un climatiseur puis une ailette de refroidissement.

A - Etude d'un climatiseur

A.1 - Transferts thermiques

On envisage la construction d'un climatiseur monotherme, c'est-à-dire une machine thermique cyclique capable de recevoir ou de fournir un travail, et d'absorber de l'énergie thermique d'une source de chaleur, thermostat à la température T .

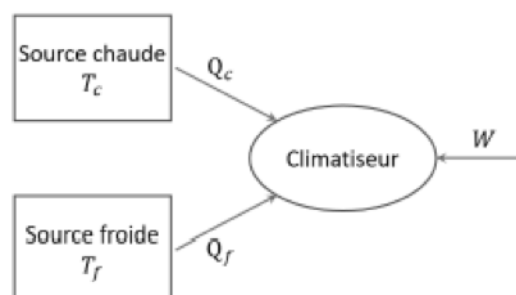


W et Q correspondent aux grandeurs algébriquement reçues sur un cycle

1. Exprimer la variation d'énergie interne et d'entropie pour cette machine, en fonction de W , Q , T et de l'entropie $S_{créée}$ créée sur un cycle. Simplifier les expressions étant donné que le fonctionnement est cyclique.
2. Déterminer les signes du travail W et du transfert thermique Q .
3. Conclure sur la possibilité de concevoir un tel climatiseur monotherme.

A.2 - Efficacité d'un cycle réversible

On s'intéresse désormais à un climatiseur ditherme, c'est-à-dire à une machine thermique cyclique capable de recevoir ou de fournir un travail, et d'échanger de l'énergie thermique avec deux thermostats aux températures T_f (pour la source « froide ») et T_c (pour la source « chaude »).

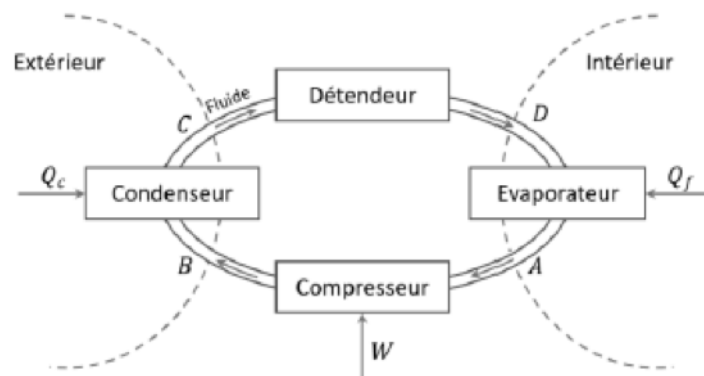


4. Ecrire deux relations entre le travail W , les transferts thermiques Q_f et Q_c , et les températures T_f et T_c .
5. Préciser le signe du transfert thermique Q_f (considérer que la machine est un climatiseur).

6. En déduire le signe du travail W .
7. Définir l'efficacité du climatiseur ditherme, et déterminer son expression en fonction des températures T_f et T_c dans l'hypothèse d'un fonctionnement réversible.
8. La pièce à climatiser doit conserver une température constante. Commenter l'évolution de l'efficacité dans l'hypothèse d'un fonctionnement réversible, en fonction de la température extérieure.

A.3 - Machine réelle

Le cycle $ABCD$ d'un climatiseur réel peut être représenté par un schéma :



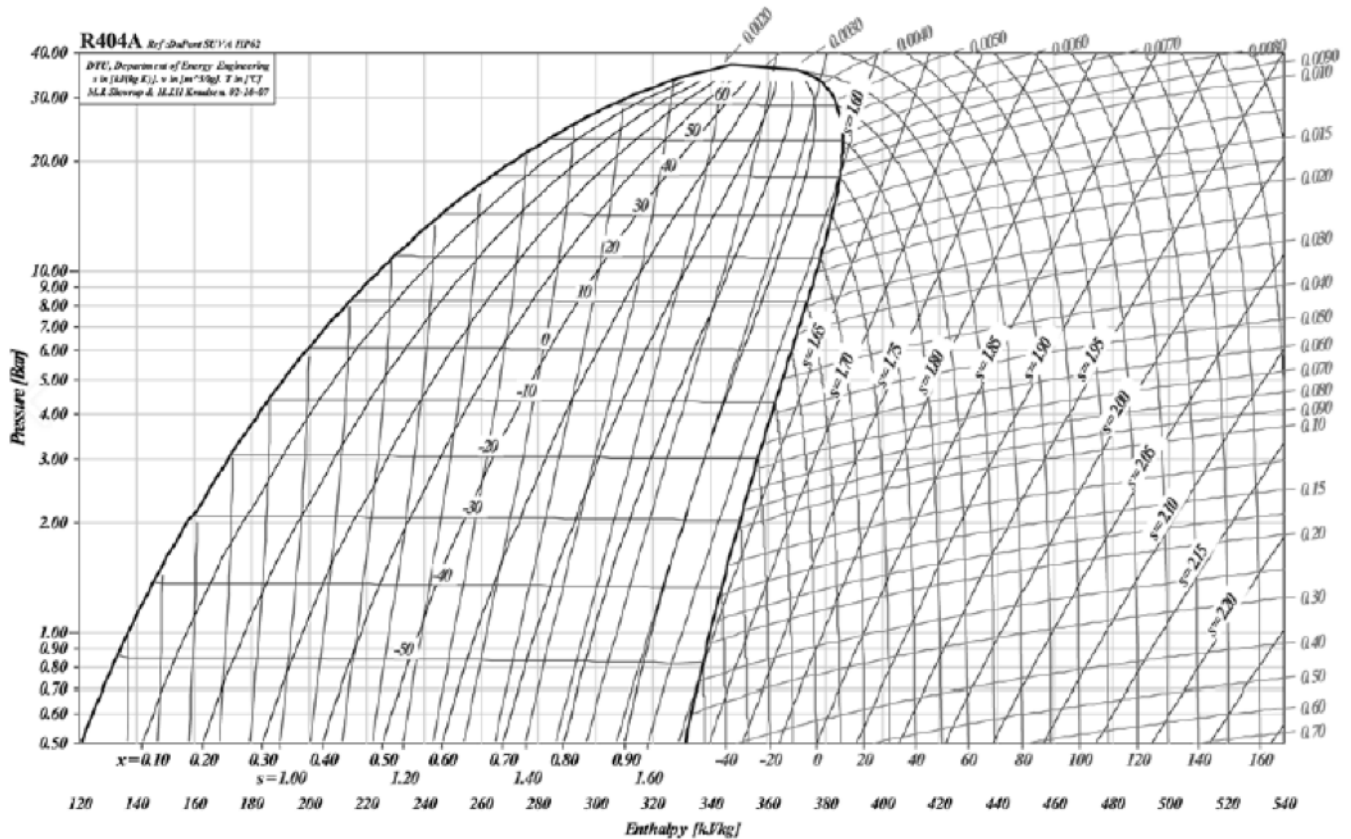
Sur le diagramme enthalpique (P, h) du fluide R404A, sont représentés :

- ▷ la courbe de saturation de l'équilibre liquide-vapeur (en trait fort) ;
- ▷ les isothermes pour des températures comprises entre -50 °C et 160 °C ;
- ▷ les isentropiques pour des entropies massiques comprises entre $1,00\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et $2,20\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$;
- ▷ les isotitres en vapeur sous la courbe de saturation pour des titres massiques en vapeur x variant de 0 à 1.

Dans le domaine du liquide seul, les isothermes sont verticales.

P est exprimé en bar et h en kJ.kg^{-1} .

Il est conseillé de placer les points particuliers sur le diagramme ci-dessous pour déterminer les valeurs demandées, mais le diagramme n'est pas à rendre avec la copie.

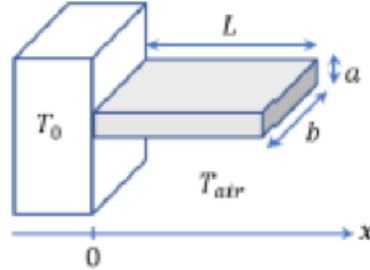


On étudie l'évolution du fluide au cours d'un cycle en régime permanent.

9. A la sortie de l'évaporateur, le fluide est à l'état de vapeur sèche à la température $T_1 = 10^\circ\text{C}$ et à la pression $P_1 = 4$ bar. Repérer le point A sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique h_A du fluide.
10. Le compresseur comprime cette vapeur de façon adiabatique et réversible jusqu'à la pression $P_B = P_2 = 20$ bar. Repérer le point B sur le diagramme. Relever la valeur de la température T_B et celle de l'enthalpie massique h_B en sortie du compresseur.
11. Déterminer la valeur du travail indiqué mécanique massique w reçu par le fluide lors de son passage dans le compresseur.
12. Le fluide entre ensuite dans le condenseur dans lequel il est refroidi et liquéfié de manière isobare jusqu'à la température $T_C = 43^\circ\text{C}$. Repérer le point C sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique h_C en sortie du condenseur.
13. A partir de l'état C , le fluide est détendu de manière adiabatique, jusqu'à la pression de l'évaporateur P_1 . Le détendeur ne comprend aucune pièce mobile. Montrer que la transformation dans le détendeur est isenthalpique.
14. Repérer le point D sur le diagramme. Relever la valeur de la température T_D et le titre massique en vapeur x_D en sortie du détendeur.
15. En déduire le transfert thermique massique q_f échangé par le fluide lors de son passage à travers l'évaporateur (transformation isobare), entre D et A . Commenter son signe.
16. Calculer la valeur de l'efficacité e du climatiseur.
17. Comparer cette valeur à celle d'un climatiseur réversible fonctionnant entre la température de l'évaporateur et la température de liquéfaction du fluide sous la pression P_2 . Commenter le résultat obtenu.

B - Efficacité du refroidissement

On étudie une ailette de longueur L , de section rectangulaire $S = ab$, dont la face en $x = 0$ est en contact avec le dispositif à refroidir, à la température $T_0 = 50^\circ\text{C}$.



On note $T(x)$ la température dans l'ailette, en la considérant uniforme sur toute section d'abscisse x , et le régime est stationnaire. La température de l'air ambiant, constante et uniforme, est T_{air} .

Le transfert thermique de l'ailette vers l'air ambiant est modélisé, sur la surface latérale de l'ailette, par la relation : $dP = h(T - T_{air})dS$ où dP est la puissance thermique échangée par la surface dS .

h est une constante caractéristique de cet échange thermique, la conductivité thermique de l'ailette est notée λ .

18. A l'aide d'un bilan d'énergie réalisé sur une tranche de l'ailette comprise entre les abscisses x et $x + dx$, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la température dans l'ailette.
19. Introduire une distance caractéristique δ , dont on donnera l'expression en fonction de λ , a , b et h .
20. Rappeler la forme générale de la solution de l'équation différentielle, puis préciser à quelle condition portant sur δ il est possible de considérer l'ailette comme infinie.
21. En supposant la condition sur δ vérifiée, déterminer complètement l'expression de $T(x)$.
22. Exprimer la puissance thermique totale évacuée par l'ailette en fonction de T_0 , T_{air} , a , b , λ et h .

II - Remplissage d'une nappe phréatique

Données :

- ▷ viscosité dynamique de l'eau $\eta_e = 1.10^{-3} \text{ Pa.s}$
- ▷ masse volumique de l'eau $\rho_e = 1.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

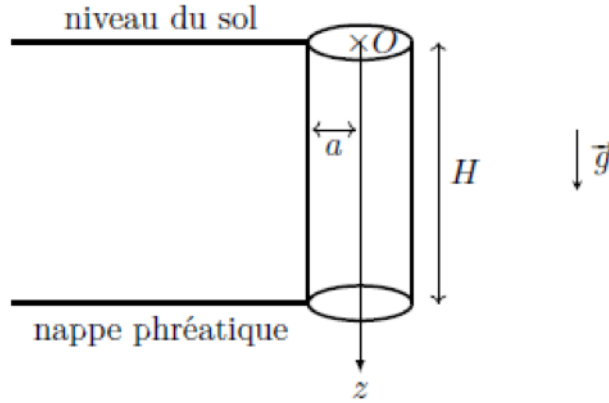
Une partie des eaux de pluie tombées au sol va s'infiltrer à travers les porosités des roches calcaires le constituant jusqu'à rejoindre des nappes phréatiques. Le renouvellement de l'eau présente dans ces nappes phréatiques est essentiel, car elles représentent aujourd'hui la principale source d'eau potable que nous consommons. A l'aide d'un modèle d'écoulement simple, nous allons estimer dans cette partie le temps mis par une gouttelette d'eau de pluie pour rejoindre une nappe phréatique située à un kilomètre de profondeur.

On modélise le sol poreux dans lequel s'écoule l'eau comme un ensemble de capillaires cylindriques verticaux de hauteur $H = 1 \text{ km}$ et de rayon $a = 1 \mu\text{m}$. L'eau est assimilée à un fluide newtonien incompressible de viscosité dynamique η_e et de masse volumique ρ_e . L'étude des

symétries et des invariances permet de supposer que la vitesse de l'eau dans un capillaire s'écrit en coordonnées cylindriques sous la forme :

$$\vec{v} = v(r)\vec{e}_z$$

avec (Oz) l'axe vertical descendant, comme représenté ci-après.



- 23.** Exprimer la condition aux limites imposée sur la vitesse de l'eau en l'assimilant à un fluide newtonien.

En supposant que la nappe phréatique communique avec l'atmosphère extérieure, sa pression s'égale avec la pression atmosphérique, et on peut alors montrer que la vitesse de l'eau dans le capillaire vérifie l'équation :

$$\rho_e \vec{g} + \eta_e \vec{\Delta} \vec{v} = \vec{0}$$

où l'opérateur appliqué à la vitesse s'exprime ici sous la forme :

$$\vec{\Delta} \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \vec{e}_z$$

- 24.** Montrer que la vitesse de l'eau peut s'exprimer sous la forme :

$$v(r) = K(a^2 - r^2)$$

avec K une constante que l'on exprimera en fonction des données de l'énoncé.

- 25.** Exprimer le temps minimal Δt_{min} mis par une gouttelette d'eau pour rejoindre la nappe phréatique depuis le niveau du sol en fonction des données de l'énoncé, puis calculer sa valeur numérique.
- 26.** Exprimer le débit volumique D_v à travers une section du capillaire en fonction des données de l'énoncé.
- 27.** En déduire l'expression de la vitesse moyenne à travers une section du capillaire.
- 28.** Exprimer le temps moyen Δt_{moy} mis par une gouttelette d'eau pour rejoindre la nappe phréatique en fonction des données de l'énoncé, puis calculer sa valeur numérique.

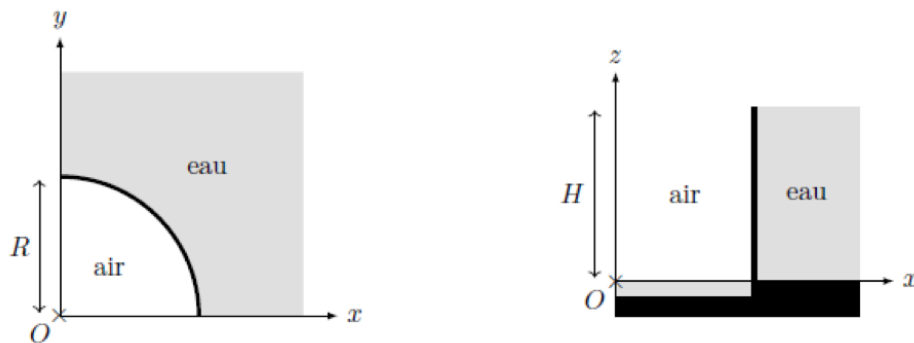
En France, une « eau de source » est une eau naturellement propre à la consommation humaine, qui est prélevée dans une nappe phréatique souterraine, puis mise en bouteille sans subir de traitement chimique. Tandis que l'eau de pluie est une eau très pure qui ne contient quasiment pas de minéraux, une eau de source présente une concentration en sels minéraux qui peut être assez importante.

29. A l'aide de la modélisation précédente, proposer une explication à cette différence de minéralisation entre l'eau de pluie et l'eau de source.

III - Production hydroélectrique d'un barrage

Une autre partie des eaux de pluie tombées au sol va ruisseler jusqu'à atteindre différents cours d'eau (ruisseau, rivière, fleuve...). Pour récupérer l'énergie renouvelable de ces eaux qui regagnent les mers et les océans, des barrages hydroélectriques ont été édifiés sur de nombreux cours d'eau dans le monde. Ces centrales hydroélectriques fournissent actuellement 15 % de la production mondiale d'électricité, ce qui correspond à une puissance d'environ 1,4 TW. Le barrage le plus haut du monde est le barrage de Jinping I, qui est construit sur la rivière Yalong dans la province du Sichuan en Chine. Il s'agit d'un barrage-voute en béton de 305 m de haut constitué d'un arc-de-cercle de 568 m de long. Au niveau du barrage, le débit volumique de la rivière Yalong est en moyenne de $2,0 \cdot 10^{10} \text{ m}^3/\text{an}$. Dans cette partie, nous allons estimer la résultante des forces de pression qui s'exercent sur un tel ouvrage lorsque son réservoir d'eau est rempli, et la puissance hydroélectrique qu'il est capable de récupérer.

On modélise le barrage-voute par un quart de cylindre d'axe (Oz) vertical ascendant, de rayon R et de hauteur H , comme représenté sur la figure ci-après. On suppose que son réservoir rempli d'eau peut se vider dans un cours d'eau situé en contrebas à l'altitude $z = 0$. La pression de l'air est supposée uniforme dans tout l'espace et égale à la pression atmosphérique $P_0 = 1 \text{ bar}$.



Barrage-voute en vue de dessus (à gauche), et en vue de coupe (à droite).

30. A l'aide d'arguments de symétrie, déterminer la direction de la résultante $\vec{F} = \vec{F}_{air} + \vec{F}_{eau}$ des forces de pression qui s'exercent sur le barrage, puis représenter le sens de cette résultante sur un schéma en vue de dessus.
31. Exprimer la résultante $\vec{F}_{air}$ des forces de pression exercées par l'air sur le barrage en fonction de R , H et P_0 .
32. En supposant que l'eau est un fluide incompressible, établir l'expression du champ de pression $P(z)$ dans l'eau.
33. Exprimer la résultante $\vec{F}_{eau}$ des forces de pression exercées par l'eau sur le barrage en fonction de R , H , P_0 , g et ρ_e .
34. En déduire que la norme de la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le barrage s'exprime :

$$F = \frac{R\rho_e g H^2}{\sqrt{2}}$$

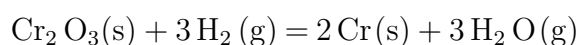
- 35.** Calculer numériquement la norme de cette résultante pour le barrage de Jinping I.

En pratique, le maintien de la structure en béton d'un barrage-voute est assuré par un report des forces de pression vers ses appuis latéraux.

- 36.** A partir des données de l'énoncé, estimer numériquement la puissance hydroélectrique moyenne que peut récupérer le barrage de Jinping I.
- 37.** Comparer l'ordre de grandeur de cette puissance à celle générée par une centrale nucléaire.

IV - Réduction de l'oxyde de chrome par le dihydrogène

Le premier réducteur utilisé pour réduire l'oxyde de chrome (III) Cr_2O_3 en chrome métallique solide fut le dihydrogène qui est alors oxydé en vapeur d'eau selon la réaction :



- 38.** Calculer l'enthalpie standard, l'entropie standard de cette réaction à 1300 K.
- 39.** Proposer une optimisation des conditions de formation du chrome solide.
- 40.** Donner la relation qui permet de calculer l'enthalpie libre standard. L'enthalpie libre standard de cette réaction à 1300 K est de $225 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$. La réaction est-elle favorable thermodynamiquement ? Donner la relation qui permet d'avoir accès à la valeur de la constante d'équilibre à cette température.

Dans un récipient de volume $V = 10 \text{ L}$, initialement vide, on introduit $0,1 \text{ mol}$ de dihydrogène gazeux et $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ de Cr_2O_3 solide. Le récipient est porté à 1300 K. La constante K° de la réaction est alors égale à $1 \cdot 10^{-9}$.

- 41.** La valeur proposée pour la constante est-elle en accord avec vos résultats précédents ?
- 42.** Donner l'expression du quotient réactionnel en fonction des pressions partielles.
- 43.** Etablir le tableau d'avancement de la réaction.
- 44.** Calculer, à l'équilibre, l'avancement de la réaction et le nombre de moles de chrome formé.

Enthalpies standard de formation $\Delta_f H^\circ$ et entropies molaires standard S_m° à 1300 K :

Composé	$\Delta_f H^\circ$ (en $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$)	S_m° (en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$)
$\text{H}_2(\text{g})$	0	130
$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$	-240	190
$\text{Cr}_2\text{O}_3(\text{s})$	-1140	80
$\text{Cr}(\text{s})$	0	25