

# DS physique

## Conseils pour aborder le devoir

- La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- Si vous n'arrivez pas à démontrer un résultat dont vous avez besoin pour les questions suivantes, vous pouvez l'admettre, mais il faut bien le préciser sur votre copie

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISÉES

Durée de l'épreuve : 4h

# I - Mesures interférométriques

## A - Dispositif interférentiel à deux trous d'Young

Le dispositif est celui représenté figure 1.1. Le faisceau arrive sur deux trous d'Young percés dans le plan  $\pi_0$  (fig 1.1.a). Ces trous d'Young, éclairés par un faisceau incident parallèle se propageant dans la direction  $OX$ , se comportent comme deux sources lumineuses  $S_1, S_2$  ponctuelles, monochromatiques, synchrones, cohérentes, distantes de  $b$  (fig 1.1.b) ; ces deux sources émettent une même lumière de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . Elles sont symétriques par rapport à l'axe  $OX$ .

Ces ondes se propagent dans l'air d'indice optique absolu  $N_a$ .

On utilise le repère  $(OXYZ)$ , l'origine  $O$  étant au milieu de  $S_1S_2$  (fig 1.1.a).

On observe des interférences dans la zone commune d'éclairement du plan  $\pi_E$ .

Cette zone est sensiblement un disque de rayon  $R = 1$  cm (fig 1.1.a et 1.1.c).

On s'intéresse aux phénomènes en un point  $M(x = D, y, z)$  du plan  $\pi_E$ .

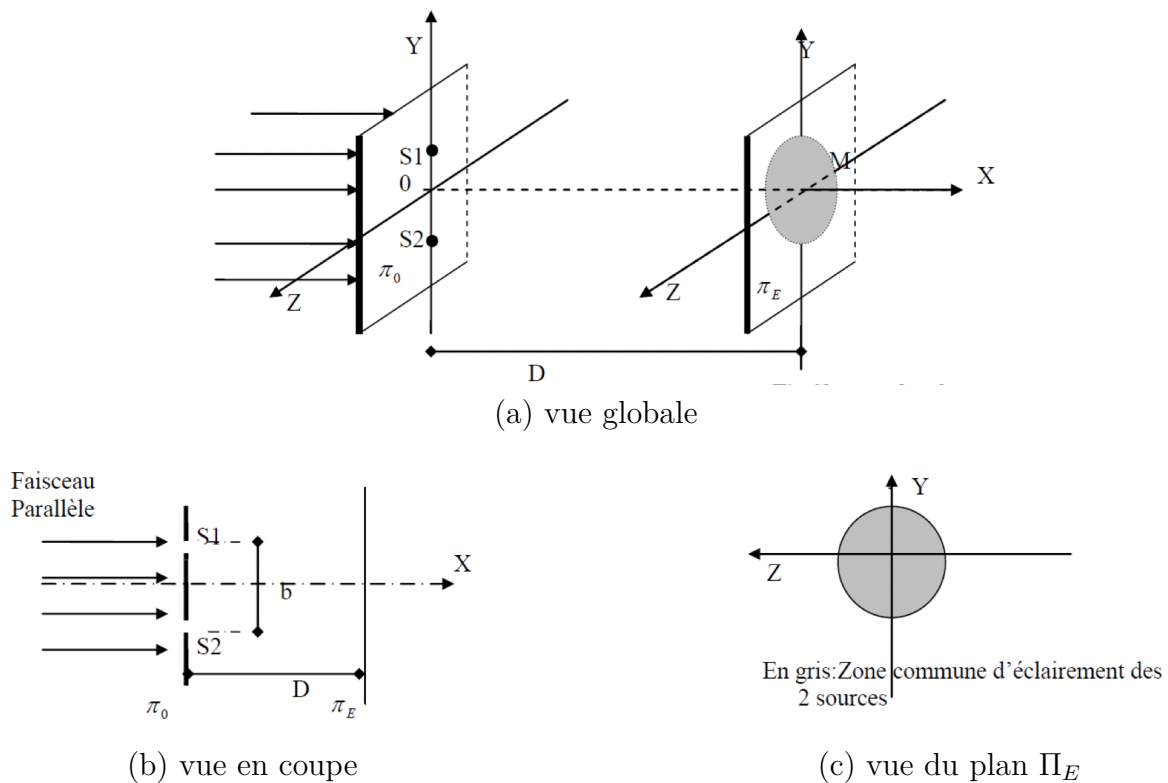


FIGURE 1.1 – Dispositif des trous d'Young

1. Préciser la signification des termes synchrone et cohérent.
2. Etablir la différence de marche  $\delta$  en précisant les approximations réalisées.
3. Ecrire la forme des amplitudes vibratoires émises par  $S_1$  et  $S_2$  reçues au point  $M$ . Montrer que l'intensité lumineuse au point  $M$  est de la forme  $I = K(1 + \cos(B))$  et expliciter  $B$  en fonction de  $\delta$  et  $\lambda_0$ .
4. Reproduire et compléter la fig 1.1.c en dessinant l'allure géométrique des franges d'intensité maximale. Comment appelle-t-on ces franges ?
5. Evaluer le nombre de franges d'intensité maximale observable avec :  $\lambda = 500$  nm,  $b = 2$  mm,  $N_a = 1$  ;  $D = 2$  m.

## B - Montage expérimental

On reprend le montage précédent, mais on observe, à présent, les phénomènes sur un écran  $\pi$  situé dans le plan focal image d'une lentille convergente ( $L_2$ ). Cette lentille, fonctionnant dans les conditions de Gauss, sera considérée comme parfaitement stigmatique pour ses points conjugués. Les trous d'Young sont symétriques par rapport à l'axe optique  $OX$  de la lentille  $L_2$ .

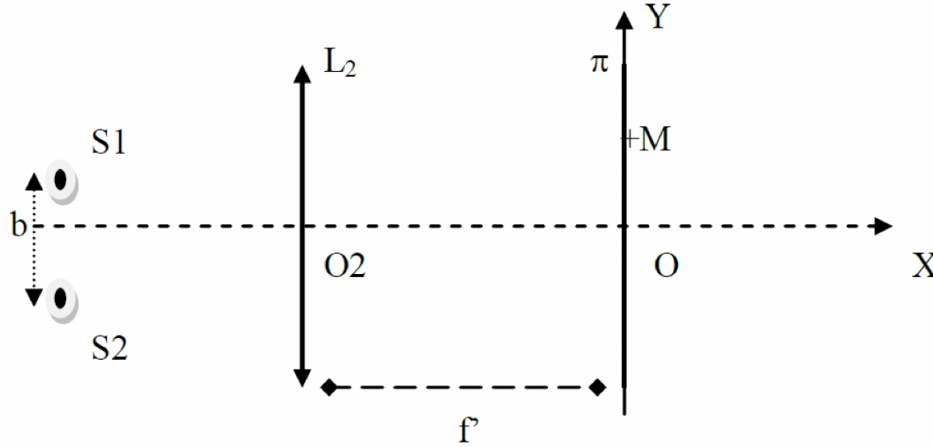


FIGURE 1.2 – Montage pour observation à l'infini

On regarde ce qui se passe en un point  $M$  d'ordonnée  $Y$  du plan  $\Pi$ . On suppose que  $S_1$  et  $S_2$  sont en phase.

6. Montrer que la différence de chemin optique  $\delta'$  entre l'onde arrivant en  $M$  issue de  $S_2$  et celle issue de  $S_1$  est  $\delta' = N_a \frac{bY}{f'}$ . On justifiera de manière précise, à l'aide de schémas, les raisonnements utilisés.

## C - Mesure d'indice de réfraction

Le dispositif de mesure comprend une source de lumière monochromatique  $S$ , ponctuelle, de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , placée au foyer objet d'une lentille convergente  $L_1$  (fig 1.3).

Entre les deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  (considérées comme minces, identiques, de distance focale  $f'$ ), on dispose deux cuves  $C_1$  et  $C_2$  identiques de longueur  $L$ .

Deux fentes d'Young séparées de la distance  $b$  sont placées avant  $L_2$  symétriquement par rapport à l'axe  $SO$ .

On observe sur un écran  $\pi$  dans le plan focal image de  $L_2$ .

Les points  $S$  et  $O$  sont sur l'axe optique commun de  $L_1$  et  $L_2$ . L'ensemble se trouve dans l'air.

La cuve  $C_2$  contient de l'air d'indice optique absolu  $N_a$ ; la cuve  $C_1$  contient un gaz d'indice optique absolu  $N_1$ .

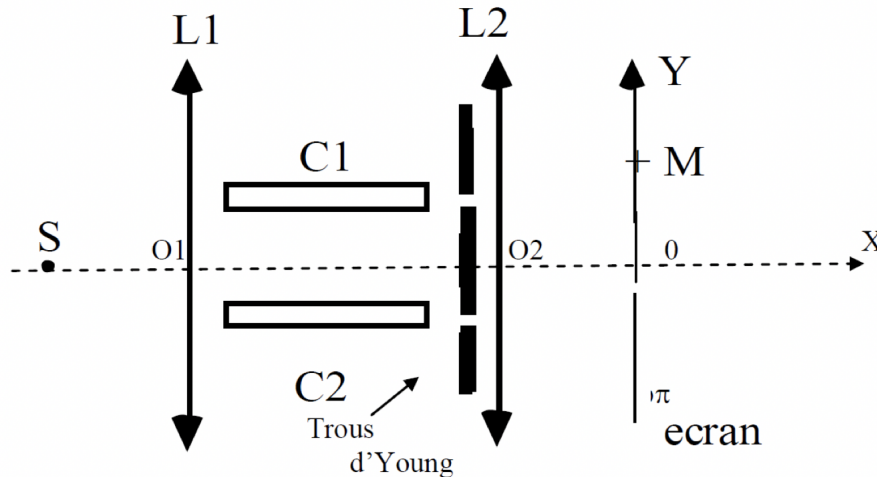


FIGURE 1.3 – Dispositif de mesure

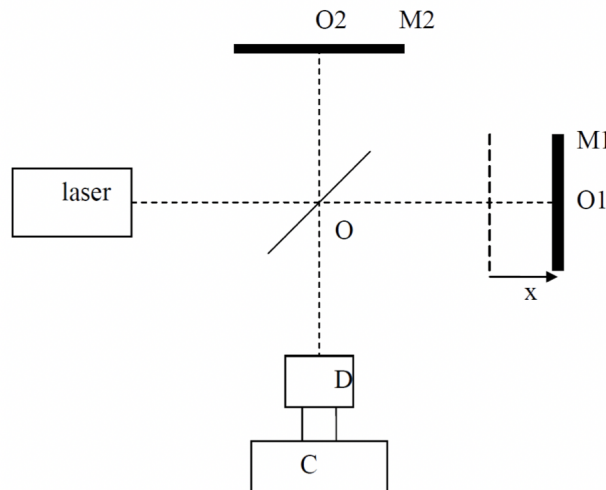
7. Déterminer la différence de chemin optique  $\delta''$  entre une onde issue de  $S$  arrivant en  $M$  en étant passée par  $C_2$  et celle qui est passée par  $C_1$ .  
On donnera le résultat en fonction de  $N_a$ ,  $N_1$ ,  $b$ ,  $f'$ ,  $L$  et l'ordonnée  $Y$  de  $M$  sur  $\Pi$ .
8. Tous les résultats trouvés en Q3. sont valides avec cette expression de  $\delta''$ ; déterminer l'interfrange  $i'$ .

Un capteur placé en  $O$  ( $Y = 0$ ) est couplé à un compteur qui s'incrémente de 1 unité à chaque détection d'une frange brillante. On part d'un état initial où les cuves  $C_1$  et  $C_2$  sont remplies d'air.

9. Quel est l'ordre d'interférence  $p_o$  initial en  $O$ ?
10. On remplace progressivement l'air de la cuve  $C_1$  par du gaz d'indice  $N_1$  ( $N_1 > N_a$ ). Lorsque  $C_1$  est uniquement rempli de ce gaz, le détecteur s'est incrémenté de  $k$  unités. Préciser le nouvel ordre en  $Y = 0$  et le sens dans lequel le système de frange a défilé (on attend ici une réponse argumentée).
11. Déterminer l'expression littérale de  $N_1$  en fonction de  $N_a$ ,  $k$ ,  $L$  et  $\lambda_0$

## D - Suivi de déplacement

On utilise un dispositif de Michelson à deux miroirs parfaitement orthogonaux, éclairés par un fin pinceau lumineux monochromatique émis par un LASER. On se ramène au modèle dans lequel la séparatrice, inclinée à  $45^\circ$ , est idéale (elle est semi réfléchissante, infiniment mince et n'introduit aucun déphasage) (fig1.4).



$M_2$  : miroir fixe ( $OO_2 = d$ )  
 $M_1$  : miroir lié à la cible  $OO_1 = d + x(t)$  avec  $x(0) = 0$

FIGURE 1.4 – Schématisation du Michelson

12. Déterminer l'intensité lumineuse  $I$  arrivant sur le détecteur  $D$  en fonction de  $x(t)$ .
13. Le détecteur  $D$  élimine la composante constante du signal et donne une tension  $U_d$  proportionnelle à la composante variable de l'intensité  $I$ . Montrer que  $U_d = U_0 \cos(\Phi)$  et expliciter  $\Phi$  en fonction de  $x$  et des données.

Le détecteur  $D$  est couplé à un compteur  $C$  incrémenteur de franges (cf partie C). Le compteur est à 0 lorsque  $t = 0$ .

14. On envisage un déplacement de la cible toujours dans le même sens sur une longueur  $L = 200\lambda$  ; quelle sera l'indication du compteur ?
15. On déplace à présent  $M_1$  de  $L_1 = 100\lambda$  dans un sens puis de  $L'_1 = 100\lambda$  en sens inverse. Donner l'abscisse finale de la cible et l'indication du compteur dans ce cas.
16. A quelle grandeur accède-t-on finalement par ce dispositif interférentiel ?

On interpose sur le bras  $OO_2$ , une lame d'indice  $N$  et d'épaisseur  $e$ , dans le but que le détecteur  $D$  délivre la tension  $U_d = U_0 \sin(\Phi)$ ,  $\Phi$  ayant la même expression que celle trouvée en Q13.

17. Donner l'expression littérale des épaisseurs possibles de la lame pour qu'il en soit ainsi.

## E - Largeur spectrale d'une raie d'émission

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde  $\tau_0$ ) de la raie  $\lambda_0 \simeq 500 \text{ nm}$  du mercure (Hg).

La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie  $\tau_0$ . La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On a alors une raie spectrale centrée sur  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ , de largeur caractéristique à mi-hauteur  $\Delta\nu = \frac{1}{\nu_0}$ .

L'intensité émise au niveau de la source appartenant au domaine spectral  $[\nu; \nu + d\nu]$  s'écrit alors  $dI_0 = I_\nu(\nu)d\nu$  où  $I_\nu(\nu)$  est l'intensité spectrale, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission.

On modélise l'intensité spectrale  $I_\nu(\nu)$  de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire comme sur la figure 1.5.

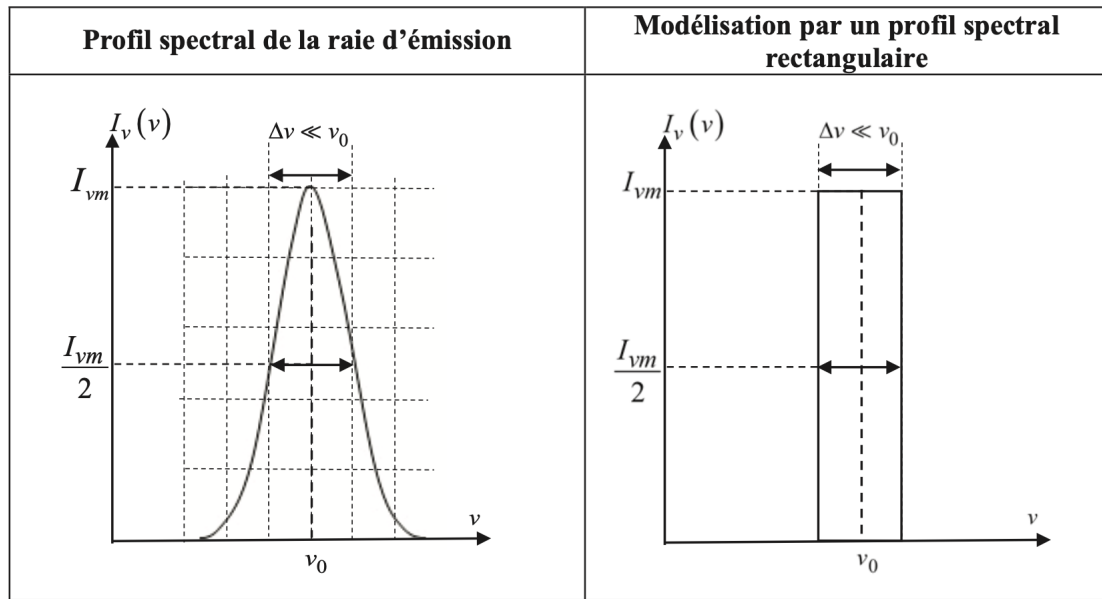


FIGURE 1.5 – Profils de raie

Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0 - \Delta\nu}^{\nu_0 + \Delta\nu} I_\nu(\nu) d\nu = I_{\nu,m} \Delta\nu$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson de la figure 1.4 avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale  $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$  avec  $\lambda_0 = 500$  nm.

On observe les interférences au moyen du détecteur  $D$ .

18. Expliquer pourquoi on pourrait observer des brouillages. Exprimer la différence  $\Delta p$  d'ordre d'interférence en  $M$  entre une radiation de fréquence  $\nu_0$  et une autre de fréquence  $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$ . On suppose qu'on a réglé l'interféromètre au contact optique et qu'on « chariote » (déplace en translation) le miroir  $M_1$ .
19. Par un raisonnement semi-quantitatif, exprimer la valeur  $x_{lim}$  de la distance  $x$  correspondant à la frontière entre une vision en  $D$  d'anneaux bien contrastés et une perte de contraste au centre de ceux-ci.
20. Déterminer l'intensité  $dI(D)$  donnée sur  $D$  par une petite bande du spectre de largeur spectrale  $d\nu$  en fonction, entre autre, de  $\tau = \frac{\delta}{c}$ . À quoi correspond physiquement  $\tau$  ? Exprimer  $p(\nu)$ , l'ordre d'interférence en  $D$  pour une radiation de fréquence  $\nu$  en fonction de  $\tau$ .
21. Calculer alors l'intensité totale  $I$  donnée en  $D$  par la totalité du spectre de la source de lumière (en fonction de  $\tau$ ) ; mettre le résultat sous la forme :

$$I = I_0 (1 + \Gamma(\tau) \cos(2\pi\nu_0\tau))$$

où  $\Gamma(\tau)$  est une fonction de  $\tau$  à « variation lente » appelée « facteur de visibilité ».

- 22.** Tracer le graphe de l'intensité  $I$  en fonction de  $\tau$ . Quelle est la valeur de  $\tau$  correspondant à la première annulation de contraste ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile  $M_1$  à la vitesse constante  $V_0$  à partir de la position du contact optique.

- 23.** On arrête la translation de  $M_1$  à la valeur de 15,00 mm (à partir du contact optique) lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran. Déterminer la valeur expérimentale  $\Delta\nu_{exp}$  de  $\Delta\nu$ . Conclure sur la durée du train d'onde.

## II - Conductimètre embarqué

On s'intéresse dans cette partie à un conductimètre embarqué dans un flotteur, dont l'objectif est de mesurer la conductivité de l'eau de mer.

Ce capteur est composé de deux bobines toroïdales placées côte à côte. La première bobine, appelée bobine d'excitation, est alimentée par une tension sinusoïdale  $u_1(t)$ . Sa résistance interne est négligeable et son inductance propre est  $L_1$ . Elle se comporte comme le primaire d'un transformateur dont le circuit secondaire est l'eau qui baigne l'ensemble et que l'on peut assimiler à une boucle conductrice de résistance  $R_e$ , proportionnelle à l'inverse de la conductivité  $\sigma$  de l'eau. Cette boucle se comporte à son tour comme le circuit primaire d'un transformateur dont le secondaire est la seconde bobine, appelée bobine de mesure, de résistance interne négligeable et d'inductance propre  $L_4$ . D'un point de vue électrique, l'ensemble est donc modélisable par le circuit représenté en figure 2.1, où figurent également le circuit d'alimentation et celui, modélisé par une résistance  $R_m$ , permettant la mesure de la tension  $u_4(t)$  en sortie.

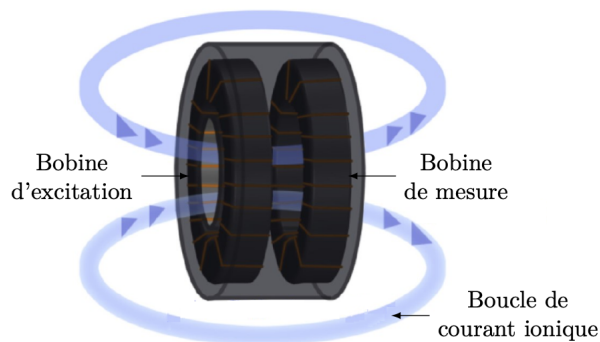


FIGURE 2.1 – Schéma d'un conductimètre inductif

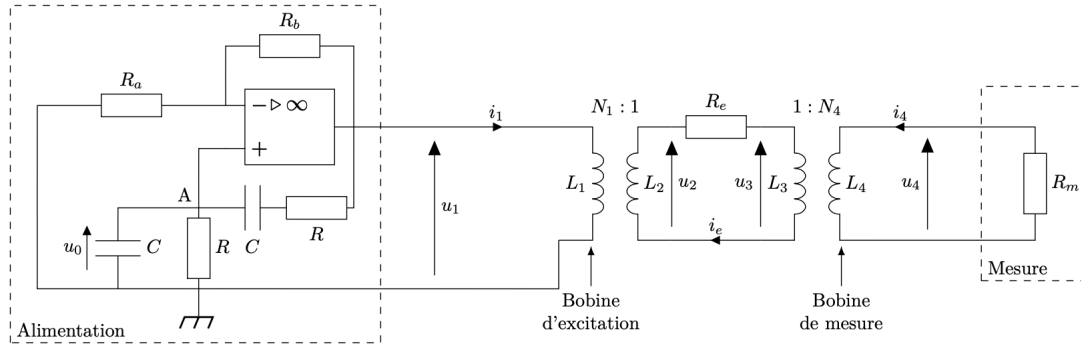


FIGURE 2.2 – Schéma électrique équivalent du conductimètre

On admettra que deux bobines  $a$  et  $b$  en mutuelle induction en influence totale (ce qui sera le cas ici) imposent en convention récepteur

$$\frac{u_a}{N_a} = \frac{u_b}{N_b}$$

avec  $N_a$  et  $N_b$  le nombre des spires des bobines  $a$  et  $b$ .

Par ailleurs, pour deux bobines en influence totale, on a également  $M = \sqrt{L_a L_b} = \frac{N_b}{N_a} L_a$

## A - Etude du circuit d'alimentation

On considère dans un premier temps le circuit d'alimentation encadré en tirets sur la partie gauche du circuit de la figure 2.2. L'ALI est supposé idéal et en régime linéaire. Ses tensions de saturation sont  $+V_{sat}$  et  $-V_{sat}$ . On suppose également que ses limites de saturation en courant ne sont jamais atteintes.

24. Rappeler en quoi consiste le modèle de l'ALI idéal.
25. En appliquant une loi des nœuds au point  $A$ , montrer que la tension  $u_0$  repérée sur le schéma de la figure 2.2 vérifie l'équation différentielle

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d^2 u_0}{dt^2} + 3 \frac{du_0}{dt} + \omega_0 u_0$$

où l'on précisera l'expression de  $\omega_0$ .

26. Démontrer par ailleurs que  $u_1 = G u_0$  où l'on exprimera  $G$  en fonction de  $R_a$  et  $R_b$ .
27. En déduire une condition sur  $G$ , puis sur  $R_a$  et  $R_b$  pour que le système d'alimentation soit oscillant de façon sinusoïdale. On exprimera la fréquence  $f_0$  de ces oscillations en fonction de  $R$  et  $C$ .

## B - Etude de la partie terminale du circuit de mesure

On considère ici la partie terminale du circuit représentée en figure 2.3.

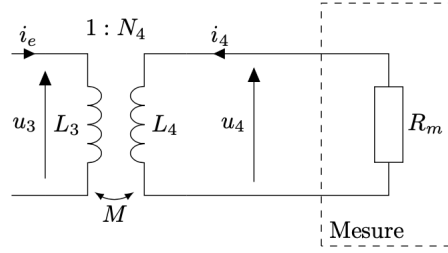


FIGURE 2.3 – Schéma électrique de la partie terminale du circuit

28. Écrire, en notation complexe, l'expression de  $\underline{u}_3$  en fonction de  $L_3$ ,  $M$ ,  $\omega_0$ ,  $\underline{i}_e$  et  $\underline{i}_4$ .
29. En déduire la relation  $\underline{i}_e = \underline{Y}\underline{u}_3$  en donnant l'expression de  $\underline{Y}$  en fonction de  $L_3$ ,  $N_4$ ,  $R_m$ ,  $M$  et  $\omega_0$ .
30. En utilisant les résultats admis, montrer qu'on peut réécrire

$$\underline{Y} = \frac{1}{jL_3\omega_0} + \frac{N_4^2}{R_m}$$

### C - Etude du circuit complet de mesure

D'après la relation  $\underline{i}_e = \underline{Y}\underline{u}_3$  établie précédemment, le circuit de mesure complet est équivalent au schéma représenté figure 2.4 dans lequel  $\underline{Z} = 1/\underline{Y}$ .

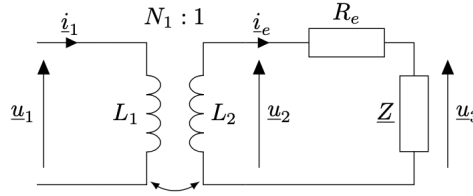


FIGURE 2.4 – Schéma électrique équivalent du circuit de mesure complet

31. Déterminer la relation entre  $\underline{u}_2$ ,  $\underline{u}_3$ ,  $R_e$  et  $\underline{Y}$ .
32. Montrer à partir des résultats précédents que :

$$\underline{u}_1 = -\frac{N_1}{N_4}(1 + R_e\underline{Y})R_m\underline{i}_4$$

33. Dans la limite où  $R_m$  tend vers 0, montrer que l'intensité  $i_4(t)$  tend vers

$$i_4(t) = -\frac{1}{N_1N_4R_e}u_1(t)$$

### D - Etude du convertisseur courant-tension

Pour mesurer le courant  $i_{4,lim}$  de façon simple, on propose de remplacer la résistance  $R_m$  par le circuit schématisé en figure 2.5, dans lequel l'ALI est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

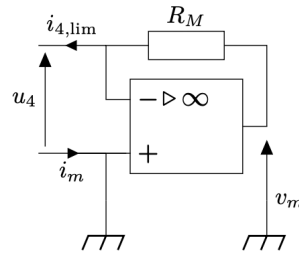


FIGURE 2.5 – Schéma électrique d'un convertisseur courant-tension

34. Montrer que le montage permet une conversion du courant  $i_{4,lim}$  en une tension  $v_m$ .
35. Commenter l'intérêt d'utiliser ce montage, en calculant notamment sa résistance d'entrée.
36. Lorsqu'il est intégré dans le circuit de la figure 2.2, que vaut le courant noté  $i_m$  sur le schéma de la figure 2.5 ? D'où vient-il ?

### III - Mélange eau/glace

Dans une enceinte adiabatique déformable, on place une masse  $m_1 = 500$  g d'eau liquide à la température  $T_1 = 27,0^\circ\text{C}$  et une masse  $m_2 = 150$  g de glace à la température  $T_2 = -5,00^\circ\text{C}$ . La capacité thermique massique de l'eau est  $c_l = 4 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  et celle de la glace  $c_s = 2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ . L'enthalpie massique de fusion de l'eau est  $\ell_{\text{fus}} = 300 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et la température de fusion  $T_{\text{fus}} = 273 \text{ K} = 0,00^\circ\text{C}$ .

37. Quels sont les états finaux possibles ?
38. On suppose dans un premier temps que toute la glace a fondu. Exprimer la température finale  $T_F$ . L'application numérique donne  $T_F = 260 \text{ K}$ . Conclure.
39. Exprimer le titre massique de glace dans le cas où il reste de l'eau sous forme de glace. L'application numérique donne 0,6. Conclure.
40. Calculer la variation d'entropie  $\Delta S$  du système global.

### IV - Evaporation de l'eau

On introduit de l'eau liquide à la température  $T_i = 300 \text{ K}$  dans une bouteille de volume  $V_0 = 1 \text{ L}$ . L'eau n'occupe qu'un quart du volume, le reste étant rempli d'air (inerte) parfaitement sec à la pression  $P_0 = 1 \text{ bar}$  et à la température  $T_i$ . On suppose que les parois de la bouteille sont isolantes et il n'y aura pas de transfert thermique avec l'extérieur.

On donne  $c = 4.10^3 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  la capacité thermique massique de l'eau liquide,  $M_e = 18 \text{ g.mol}^{-1}$  la masse molaire de l'eau,  $M_a = 29 \text{ g.mol}^{-1}$  la masse molaire de l'air,  $\rho = 1,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $P_{\text{sat}} = 7,0.10^3 \text{ Pa}$  la pression de vapeur saturante de l'eau et  $\Delta_{\text{vap}}h = 3,0.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$  l'enthalpie de vaporisation de l'eau, toutes deux supposées constantes dans l'intervalle de température étudié.

On assimilera l'air et la vapeur d'eau à des gaz parfaits.

Une fois la bouteille fermée, une partie de l'eau liquide va s'évaporer ce qui va résulter en une légère diminution de la température de l'eau liquide restante. On note  $T_f$  la température finale du système et on supposera que  $|T_f - T_i| \ll T_i$ , c'est-à-dire  $T_f \simeq T_i$ .

41. Représenter le diagramme  $(P, T)$  pour l'eau. On fera figurer les différents domaines et les points pertinents (point triple et point critique).
42. Déterminer la masse d'air  $m_a$  et la masse d'eau liquide  $m_0$  initialement contenues dans la bouteille. (*expression littérale et ordre de grandeur de la valeur*)
43. Déterminer l'expression de la masse vaporisée  $m_v$  en fonction de  $V_0$ ,  $m$ ,  $R$ ,  $T_f$ ,  $P_{sat}$  et  $M_e$ , puis calculer sa valeur numérique en prenant  $T_f = T_i$ . Quelle fraction de l'eau liquide initiale s'est vaporisée ? Quelle approximation peut-on faire sur le volume d'eau restant liquide ?

On supposera dans la suite que les capacités thermiques de l'eau vaporisée et de l'air sont négligeables devant la capacité thermique massique de l'eau liquide restante. On supposera également que la transformation a lieu à pression constante de l'air  $P_0$ .

44. A l'aide d'un bilan enthalpique, déterminer l'expression de la variation de température  $\Delta T$  de l'eau liquide en fonction de  $P_{sat}$ ,  $M_e$ ,  $\ell_{vap}$ ,  $R$ ,  $T_i$ ,  $c$  et  $\rho$ . Effectuer l'application numérique et commenter la pertinence de l'approximation  $T_i \simeq T_f$ .
45. Rappeler le lien entre l'entropie massique de vaporisation  $\Delta_{vap}s$ , l'enthalpie massique de vaporisation  $\Delta_{vap}h$  et la température  $T$  à laquelle se fait la transition de phase. Déterminer l'expression de la variation  $\Delta S$  de l'entropie du système et en déduire l'expression de l'entropie créée  $S_{crée}$ .

Pour obtenir un effet de refroidissement accru, on branche une pompe sur le bouchon de la bouteille. Cette pompe aspire lentement la vapeur d'eau formée tout en conservant l'air sec. L'eau liquide se vaporise à nouveau et ainsi de suite, créant un effet cumulé de refroidissement. On note  $m_0$  la masse d'eau liquide initiale et la température initiale vaut toujours  $T_i = 300$  K. On raisonne sur un système infinitésimal d'eau  $dm_v$  qui se vaporise à la température  $T$ , provoquant une variation  $dT$  de la masse  $m_L(T)$  d'eau liquide restante.

46. Quelle relation simple relie  $dm_v$  et  $dm_L$  (la variation de la masse d'eau liquide restante) ? A l'aide d'un bilan enthalpique, établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par  $m_L(T)$ . On introduira une température caractéristique  $T_c$  s'exprimant en fonction de  $\Delta_{vap}h$  et  $c$  dont on calculera la valeur numérique. En déduire la solution  $m_L(T)$  à l'aide de la condition initiale.
47. A partir de quelle masse évaporée l'eau commence-t-elle à se solidifier ? Effectuer l'application numérique.