

DS de rentrée

Conseils pour aborder le devoir

- La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- Si vous n'arrivez pas à démontrer un résultat dont vous avez besoin pour les questions suivantes, vous pouvez l'admettre, mais il faut bien le préciser sur votre copie

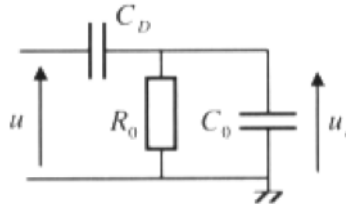
LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISÉES

Durée de l'épreuve : 2h

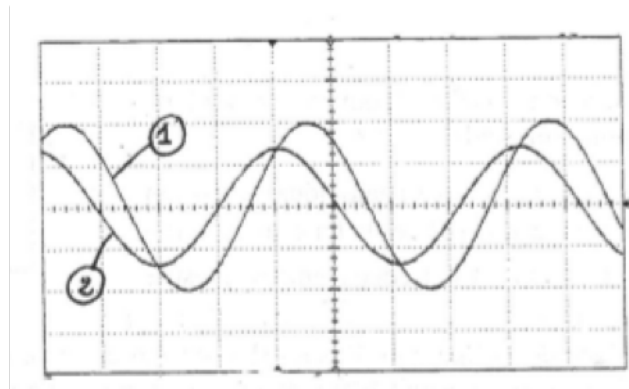
I - Electricité

Lorsque l'on applique une tension $u(t)$ à l'entrée d'un oscilloscope, celle-ci est envoyée à l'entrée d'un amplificateur dont on peut considérer l'impédance d'entrée comme constituée d'une association parallèle d'un conducteur ohmique de résistance R_0 et d'un condensateur de capacité C_0 . On prendra $R_0 = 1,0 \text{ M}\Omega$ et $C_0 = 13 \text{ pF}$.

De plus suivant le mode de couplage, $u(t)$ est envoyée directement à l'entrée de l'amplificateur vertical (mode DC) ou appliquée préalablement à un condensateur de capacité C_D (mode AC). En mode AC, l'impédance d'entrée se présente donc sous la forme ci-contre :



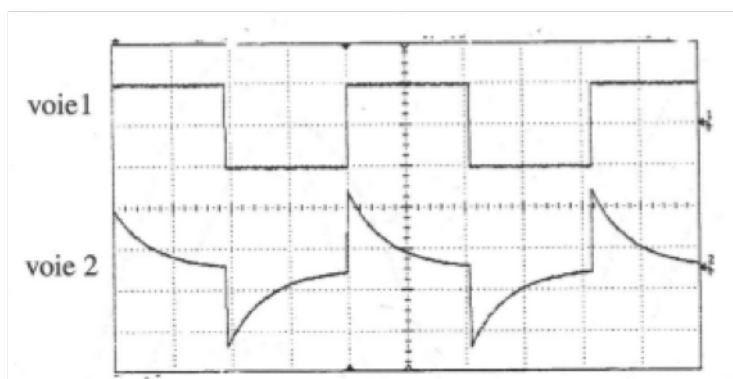
1. Établir la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_e}{U}$ correspondant au couplage AC. Simplifier \underline{H} en considérant $C_D \gg C_0$. Quelle est la nature du filtre ? Que vaut la tension $u'_e(t)$ appliquée à la sortie de l'amplificateur en couplage DC ?
2. Dans le but de déterminer expérimentalement la fréquence de coupure à -3 dB du filtre constitué par le couplage AC ainsi que la valeur de C_D , on réalise la manipulation suivante : on applique la même tension sinusoïdale $u(t)$ sur l'entrée 1 (couplage DC) et sur l'entrée 2 (couplage AC) et on fait varier la fréquence de $u(t)$ jusqu'à obtention de l'oscillogramme ci-dessous (celui-ci a été obtenu sur un oscillogramme numérique à mémoire).



Les amplifications verticales sont de 1 V/div ; la base de temps est de 20 ms/div . Les voies 1 et 2 sont indiquées sur les courbes.

Mesurer $\frac{U_2}{U_1}$ et $\varphi_{2/1}$. Que peut-on en conclure au sujet de la valeur de la fréquence de $u(t)$ à cet instant ? En déduire la valeur de C_D et vérifier l'hypothèse $C_D \gg C_0$.

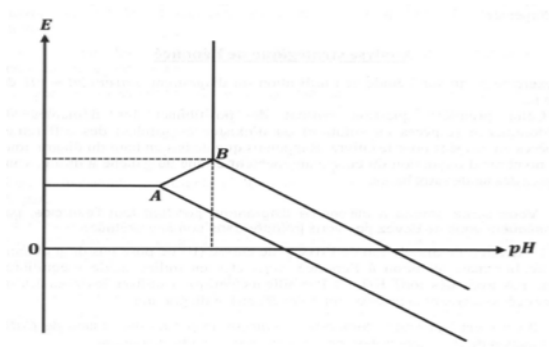
3. Le choix du couplage d'entrée AC peut donc perturber l'observation des signaux basse fréquence. L'oscillogramme ci-dessous a été obtenu avec un signal carré envoyé sur la voie 1 (couplage DC) et simultanément sur la voie 2 (couplage AC) :



Les amplifications verticales sont de 2 V/div ; la base de temps de 100 ms/div. Expliquer comment on peut interpréter la déformation observée avec le couplage AC.

II - Chimie

On considère le diagramme E-pH du cuivre. La concentration de tracé est fixée à $c_0 = 0,01 \text{ mol/L}$.



Les seules espèces envisagées dans la construction de ce diagramme sont : Cu(s) , $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$, $\text{Cu}^+(\text{aq})$, CuO(s) et $\text{Cu}_2\text{O(s)}$.

- Déterminer le nombre d'oxydation du cuivre dans chacune des espèces envisagées. En déduire le diagramme nombre d'oxydation du cuivre en fonction du pH. Faire apparaître sur le diagramme E-pH les domaines d'existence ou de prédominance du cuivre à ses différents degrés d'oxydation. L'une des espèces envisagées du cuivre n'apparaît pas sur le diagramme, pourquoi ?
- Donner l'équation de dissolution en milieu acide de l'oxyde de cuivre (II) CuO(s) . Quelle est la constante de cet équilibre ? Quel serait le pH de précipitation de CuO(s) si la concentration en ion Cu^{2+} était égale à 0,1 mol/L ? à 0,001 mol/L ? Conclure.
- Quel est le potentiel standard du couple Cu^{2+}/Cu ?
- Déterminer la pente de la droite AB, en déduire les coordonnées du point A.
- Superposer au diagramme précédent le diagramme E-pH de l'eau. Commenter

Données :

Coordonnées du point B : $\text{pH}_B = 5,5$ et $E_B = 0,37 \text{ V}$.

$E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}^+) = 0,16 \text{ V}$

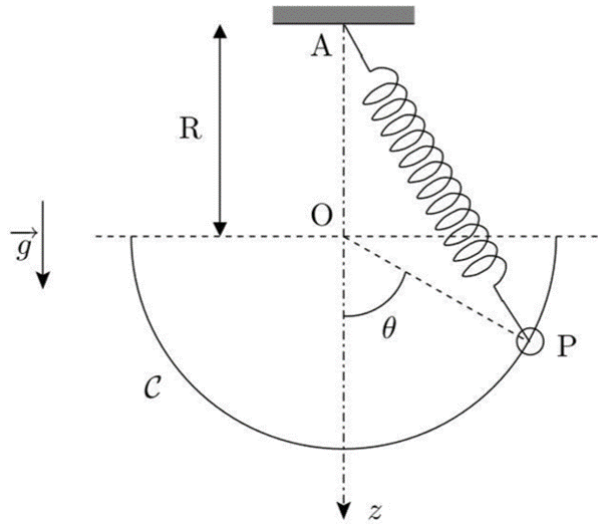
$E^\circ(\text{Cu}^+/\text{Cu}) = 0,52 \text{ V}$

$E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$

III - Mécanique

Une perle P de masse m , assimilable à un point matériel, est enfilée sur un demi-cercle C de centre O et de rayon R , fixé dans un plan vertical tel que son diamètre soit horizontal et que sa concavité soit tournée vers le haut.

On note (Oz) la verticale **descendante** passant par le centre de ce demi-cercle. La perle peut coulisser sans frottement sur le demi-cercle. Elle est attachée à l'extrémité du ressort de constante de raideur k et longueur à vide ℓ_0 , dont l'autre extrémité est fixée en un point A situé sur la verticale (Oz) , à une distance R au dessus du point O égale au rayon du demi-cercle.



Le problème consiste à étudier l'existence et la stabilité d'éventuelles positions d'équilibre de la perle sur C .

Le référentiel R auquel est lié C est supposé galiléen.

La position courante de la perle est repérée par l'angle formé par le segment OP avec la verticale descendante (Oz) . Le champ de pesanteur est noté \vec{g} .

Énergie potentielle de la perle

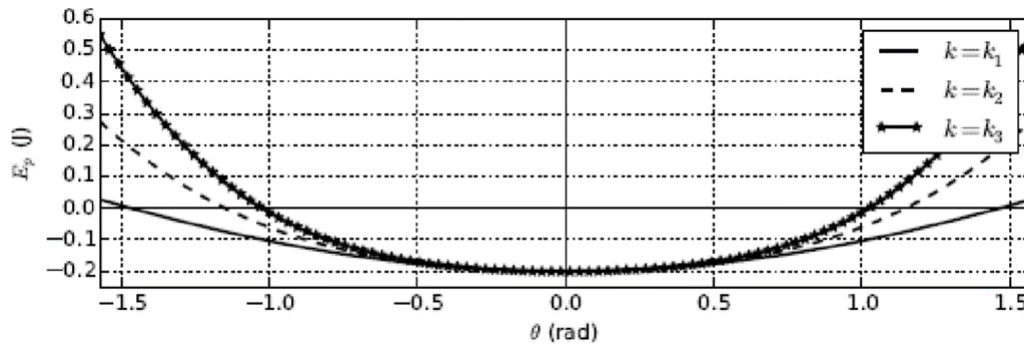
9. Faire le bilan des forces subies par la perle. Pourquoi l'énergie mécanique de la perle est-elle constante ?
10. Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} de la perle en fonction de θ et des données, sachant que l'on fixe une énergie potentielle nulle à l'altitude du point O .
11. Démontrer la relation : $AP = 2R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$.
12. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique E_{pe} de la perle en fonction de la longueur du ressort et des données. En déduire alors une expression en fonction de θ et des données. On fixe une énergie potentielle nulle pour un allongement nul du ressort.
13. En déduire l'expression suivante de l'énergie potentielle totale E_p de la perle :

$$E_p = -mgR \cos \theta + \frac{1}{2}k \left(2R \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) - \ell_0 \right)^2$$

Existence et stabilité des positions d'équilibre

Données : $m = 50 \text{ g}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $R = 40 \text{ cm}$.

On a représenté ci-dessous les graphes donnant l'énergie potentielle totale E_p de la perle en fonction de l'angle variant de -90° à 90° , pour une longueur à vide $\ell_0 = 2R$ et pour des constantes de raideur k prenant les valeurs $k_1 = 1,0 \text{ N/m}$, $k_2 = 10 \text{ N/m}$ et $k_3 = 20 \text{ N/m}$.



14. Montrer, par le calcul, que la valeur de l'énergie potentielle $E_p(0)$ est indépendante de la constante de raideur k du ressort et calculer sa valeur.
15. A partir des courbes $E_p(\theta)$ identifier la ou les position(s) d'équilibre et dire si elle(s) est(sont) stable(s) ou instable(s).
16. Vérifier que les positions identifiées à la question précédente sont bien des positions d'équilibre et vérifier leur stabilité par le calcul en utilisant l'expression de $E_p(\theta)$.

Petits mouvements autour de la position $\theta = 0$

On s'intéresse aux petits mouvements de la perle autour de la position d'équilibre stable $\theta = 0$ en ayant toujours la longueur à vide l_0 du ressort égale au diamètre $2R$ du demi-cercle.

On considérera donc que $\theta \ll 1$ rad.

17. En considérant θ très petit, donner une expression approchée de l'énergie potentielle E_p .
18. En déduire l'équation du mouvement de la perle. À quel système mécanique simple le système étudié est-il équivalent ?
19. Quelle est la nature de ce mouvement ? Donner l'expression de la pulsation ω_0 des oscillations en fonction des données.
20. Calculer numériquement la période T_0 de la perle au fond du demi-cercle.
21. À quelle condition, sur la durée de l'expérience, peut-on considérer le référentiel terrestre comme galiléen ? En déduire s'il a été raisonnable ici de le considérer galiléen.